

TOPOLOGÍAS PRIMALES INDUCIDAS POR MATRICES SOBRE ESPACIOS VECTORIALES DE DIMENSIÓN FINITA

PROBLEMA

Si X es un conjunto no vacío y $f : X \rightarrow X$ es una función, entonces f induce una topología τ_f sobre X y el espacio topológico (X, τ_f) se conoce como *espacio primal*.

¿Cuáles son las propiedades topológicas del espacio primal inducido por una matriz cuadrada A de orden n sobre un espacio euclídeo \mathbb{R}^n ?

OBJETIVO GENERAL

Determinar las relaciones entre la topología primal τ_A inducida por una matriz A sobre el espacio euclídeo \mathbb{R}^n y las propiedades de A .

PROPUESTA

Dada una matriz cuadrada A de orden n , considerada como una transformación lineal $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, entonces se quiere:

1. Determinar la topología primal τ_A inducida por A sobre el espacio euclídeo \mathbb{R}^n .
2. Determinar propiedades del espacio topológico (\mathbb{R}^n, τ_A) que son inducidas por la matriz A .
3. Determinar si existen propiedades de la matriz A que son consecuencia de las propiedades del espacio topológico (\mathbb{R}^n, τ_A) .

RESULTADOS

Teorema 1. Sea A una matriz cuadrada de orden n . Si A es invertible, entonces $\ker A$ es un conjunto abierto en (\mathbb{R}^n, τ_A) .

Teorema 2. Si A y B son dos matrices invertibles de orden n , entonces los espacios son homeomorfos. Además, si $A = P^{-1}BP$, entonces $P : (\mathbb{R}^n, \tau_A) \rightarrow (\mathbb{R}^n, \tau_B)$ es un homeomorfismo.

Teorema 3. Si A y B son dos matrices invertibles de orden n , las cuales conmutan, entonces la función $B : (\mathbb{R}^n, \tau_A) \rightarrow (\mathbb{R}^n, \tau_A)$ es un homeomorfismo.

CONCLUSIONES

- Las matrices cuadradas generan topologías primales sobre espacios euclídeos de dimensión finita, cuyas propiedades están fuertemente relacionadas con la naturaleza algebraica de las matrices.
- Algunas propiedades de los espacios primales sobre el espacio euclídeo proporcionan criterios de invertibilidad para matrices cuadradas.

RECONOCIMIENTOS

- Este trabajo ha sido financiado por la Escuela Superior Politécnica del Litoral bajo el proyecto código FCNM-24-2021.